

極座標平面にお絵描き

東京都立戸山高等学校 SSⅡ 数学 朝倉佑哉

要旨

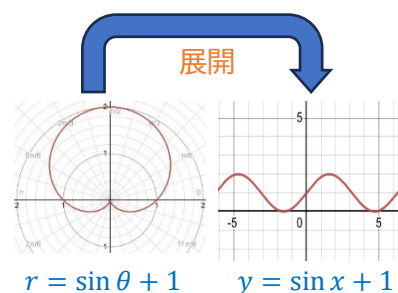
極方程式を使って、1つの方程式でグラフを描くと極座標平面上に好きな絵が描けるような方程式の作り方を研究した。

動機

私は以前から関数などのグラフで絵を描くことをよくしていて、どんな絵も1つの方程式で描きたいと思い、研究を始めた。

直交座標と極座標

直交座標上での方程式の x を θ に、 y を r に変えて極座標上に表したものの関係を調べる。直交座標平面上で x 、 y が大きくなるほど、極座標平面上で反時計回りに回転し、中心から離れていく。つまり、概形がわかる極座標平面上のグラフは、その形を直交座標上に展開し、その関数の方程式が求められればよい。この時直交座標上の関数は、周期 2π の区分関数として表される。



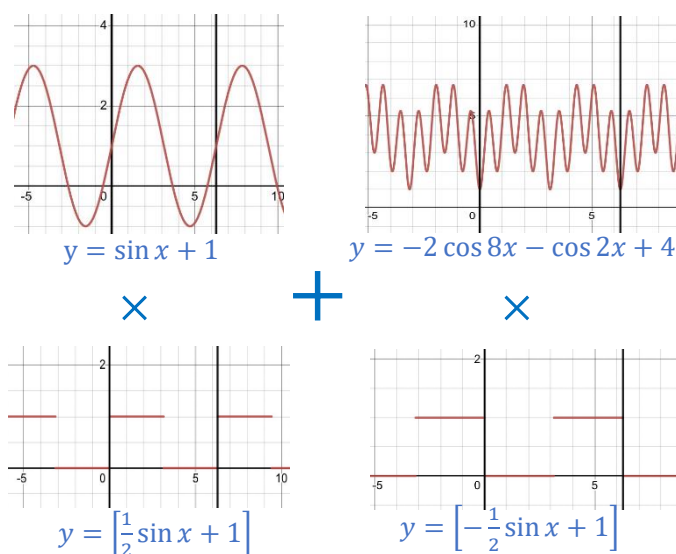
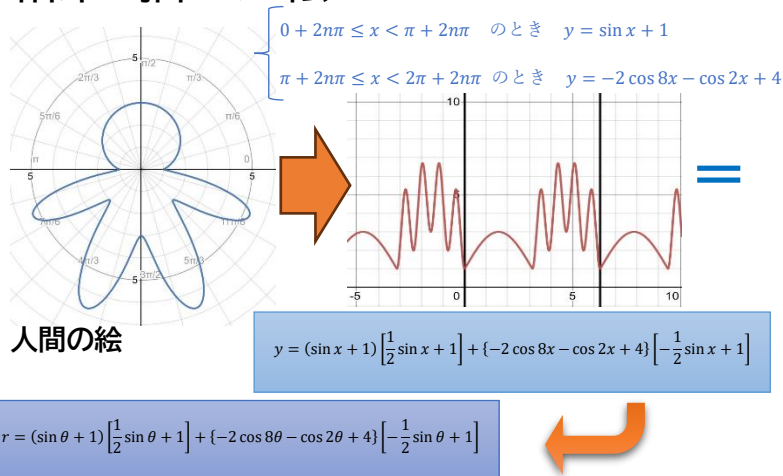
任意の区分関数を作る方法

[] 記号を次のように定義する。…… [x] は x を超えない最大の整数

ここでいう区分関数とは、領域によって異なる関数で表される関数である。この研究で私は任意の区分関数を作る方法を見つけたので、その方法を以下で説明する。

- ① : 特定の領域で適用したい関数を求める。
- ② : 特定の領域で値が $1 \leq y < 2$ となり、その他の領域で $0 \leq y < 1$ となる関数を求め、[] 記号の中に入れる。
- ③ : ①と②で求めたものを積の形にする。
- ④ : ①から③を領域ごとに繰り返し、それらを和の形にする。

結果 描いた絵



人間の絵

猫の絵

Wi-Fi の絵

青い鳥の絵

考察

この方法を使えば、理論上は1つの方程式でどんな絵も極座標平面上に描くことができると考えられる。

・使用したソフト Desmos

今後の展望

今回は θ の値が1つに定まると r の値も1つに定まる形しか描いていない。今後は方程式の周期を 4π 、 6π 、…と長くして θ の値が1つに定まっても r が複数の値になるような複雑な絵も描きたい。

