

立体の重心と支点

都立戸山高校SS I 二井咲奈英

これまでの研究

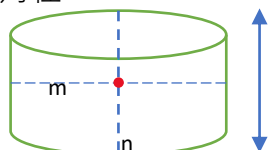
ブロッコリー・こんにゃくなどの食べ物は箸で持ちにくい。そのような形の物を弱い力でも運びやすくする方法を考えている。今回は1次元・2次元の図形の重心を求めた。今回は立体の支点と重心について考える。なお、前回と同じく物質の密度は一様であるとする。

重心：物体の中や表面にあって、物体の要素の重さが集まっている点

支点：その点を糸でつるせば立体の左右の体積が等しくなって立体が釣り合う点と定義する。

検証内容

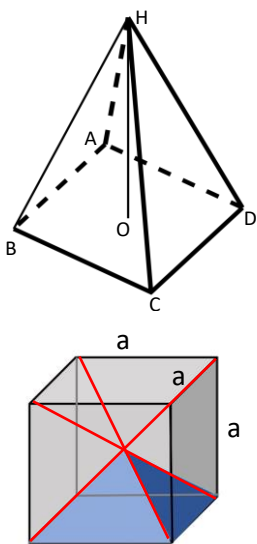
<多角柱>



左右対称となるため、支点は直線mとn上の全ての点にある。重心はmとnの交点である。

<多角錐>

1) 側辺が全て等しい場合



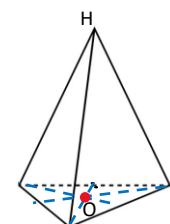
$\triangle OAH$ 、 $\triangle ODH$ 、 $\triangle OCH$ 、 $\triangle OBH$ が合同だから、Hから下ろした垂線の足は底面の重心に一致する。したがって、支点はOH上の全ての点である。重心は...

一辺aの立方体の中に入れてみると、この4角錐の体積は全体の1/6であることが分かる。高さは1/2a。よって、(底面積)×1/3で錐体の体積となるのだ。

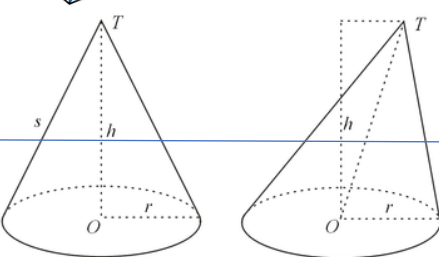


重心は上の4角錐を2等分する点である。即ち、立方体を1/12にする点。底面と平行に切った時に上下の体積が等しくなる面とOHの交点が重心。

2) 側辺が異なるもの



底面の重心と頂点を結んだ線分OH上の点で支点である。

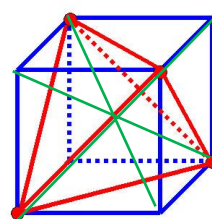


底面の面積と高さが等しいため右の二つの図形の体積は一致する。

つまり、切断面と図形の寸法が同じであれば体積は一致する。頂点が底面と平行に移動しても、立体の重心は変わらない。

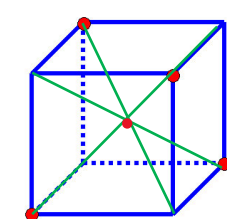
<正多面体>

①正四面体



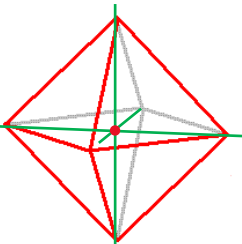
支点は各頂点と対面の三角形の重心を結ぶ線上の点である。重心は、それらの交点。

②正六面体



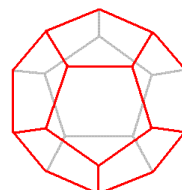
支点は各対角線上にある。重心は、それらの交点。

③正八面体

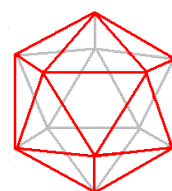


支点は各対角線上にある。重心は、それらの交点。この図形は、上下が対称である。

④正十二面体



⑤正二十面体



結果

今回は柱と錐体、正多角形の重心が分かった。今回扱った全ての図形において、重心は図形の中にある。重心を含む線分の端と端を持てばこれらの立体は安定しそうだ。

今後の展望

今回は、限られた立体にしか焦点が当てられなかった。次回はより多くの種類を考えてみたい。また、図形の中にその重心が存在しない図形もありそうだ。そのようなものの安定のさせ方も考えたい。

引用

素材ラボ

Wikipedia「四角錐」「円錐」

数学切り抜き帳「正四面体の体積」

Weblio辞書「正八面体」「正十二面体」

参考文献

まなべと 中学生向け 受験対策

高校数学の美しい物語

四面体の重心の存在証明と応用例