

さまざまな換気系をもつ道路トンネルにおける濃度分布解析

矢島裕介^{*1}, 高橋謙介^{*2}, 千原隆^{*2}, 水野明哲^{*3}Analysis of concentration distribution of pollutants in road tunnels
with various ventilation systemsYusuke YAJIMA^{*1}, Kensuke TAKAHASHI^{*2}, Takashi CHIHARA^{*2}, Akisato MIZUNO^{*3}

Abstract

Road tunnels are ventilated mechanically in order to dilute pollutant concentration exhausted from vehicles. The ventilation system is composed of combination of jet fans, fresh air supply (FAS) and polluted air suction (PAS). Namely they are longitudinal, transverse, semi-transverse and modified transverse systems. For each ventilation system, authors present differential equations for pollutant concentration distribution in steady state and their solutions, accompanied with special solutions under various air flow conditions. Typical results are depicted and discussed. One of the interesting results is that maximum density is governed by production term divided by FAS quantity, and not by PAS. The authors discussed in detail on the distribution in case where air flows outward at both portals. The result shown is a constant distribution over the whole tunnel. The current study is done under non-diffusive condition along tunnel axis, and it is suggested that the analysis with diffusion effect is necessary to be followed.

Keywords: tunnel ventilation, steady state, pollution distribution, various ventilation systems, differential equation

1 まえがき

自動車トンネルの換気設備の設計においては、汚染物質濃度が最も高くなる場所においても許容濃度を上回らないように換気設備が設計される。換気方式は、縦流式、横流式、半横流式およびそれらが組み合わされた換気方式があり¹⁾、それぞれ換気方式の原理の違いに応じて異なった風速分布や濃度分布の特性を示す。筆者らは前報²⁾で、考えられるあらゆる換気方式に対して、風速分布、圧力分布について、運動方程式を立ててそれを解くことにより解を提示した。それぞれの換気方式ごとに、汚染物質の濃度がどのような分布になるかについてはこれまでに記述があるが³⁾¹⁾、濃度分布の導出を説明しているものは見当たらない。そこで筆者らは、考えられるあらゆる換気方式について、汚染物質の濃度分布に対する微分方程式を導き、一般解から場合分けに応じた特殊解を示すこととした。さらに代表的なケースについて、計算例を示す。

なお、本報においては、換気や交通状況などは時間的に変動しないことを前提に議論しているが、非定常現象を解析するにあたっては同様の原理が適用できるので、非定常への拡張は容易である。トンネル内にダクトを設置して送気や排気を行う場合、トンネル軸方向の単位長さ当たりの換気風量は、ひとつの換気区間において一定であるとする。実際にも換気装置や換気ダクトを設置したときの初期調整を行うことで、これに近い状況が実現されているものと考えられる。

トンネルの一方の端を入口、他方の端を出口と呼ぶことにする。 x 軸の原点を入口に取り、出口に向かう方向に x 軸を取る。検討対象の自動車トンネルは、その延長が数 km のオーダーであるのに対して、代表直径は数 m であることから、汚染物質の濃度分布はトンネル軸方向 (x 方向) に関する 1 次元の現象とみなして差し支えない。

本報における微分方程式の解析は一般的な教科書（たとえば⁴⁾ など）を参考にした。また、本報における対数関数 \log はすべて自然対数とする。

記号

A	: トンネル断面積 [m ²]
C	: 汚染物質濃度 [–]
D	: トンネル等価直径 [m]
L	: トンネル延長 [m]
N	: 交通量 [台/s] ([台/h])
q_b	: 単位長さ単位時間当たりの送気風量 [m ³ /m·s]
q_e	: 単位長さ単位時間当たりの排気風量 [m ³ /m·s]
t	: 時間 [s]
V	: トンネル内断面平均縦流風速 [m/s]
V_0	: トンネル入口での縦流風速 [m/s]
V_e	: トンネル出口での縦流風速 [m/s]
V_t	: 車両の走行速度 [m/s] ([km/h])
x	: トンネル入口を原点とする座標 [m]
x_n	: 中性点位置 [m]
μ	: 一酸化炭素の排出量 [m ³ /台·km] or [m ³ /台·m]

*1 茨城大学名誉教授

*2 (株)FITUT 研究所

*3 工学院大学名誉教授

ω : 単位長さ単位時間当たりの汚染物質排出量
[$\text{m}^3/\text{m}\cdot\text{s}$]

ρ_t : 交通密度 [台/m]

2 濃度分布の基礎方程式

トンネル内の汚染物質濃度分布について定式化を行う。トンネルは通常一酸化炭素 (CO) やばい煙濃度に関して許容値を定め、換気によりトンネル内濃度がその値を超えないように換気される。一酸化炭素のような気体状物質は単位体積当たりの汚染物質体積で表される無次元量である。ばい煙濃度に関しては一酸化炭素に対する濃度が無次元であることに対してばい煙の光学濃度は [$1/\text{m}$] の単位を持つが、付録 B で述べるように、微分方程式の定式化や解析は一酸化炭素等と同様に扱うことができる。

図 1 に示すように、トンネル軸方向 (x 方向) に微小区間 dx を取り、上流側、下流側の断面をそれぞれ①、②とする。微小時間 dt における汚染物質の質量保存則を考える。

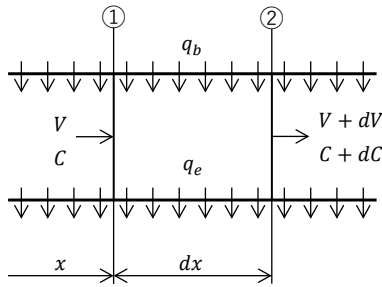


図 1 微小部分の物質収支

q_b , q_e は、それぞれ単位長さ、単位時間当たりの送気風量、排気風量で、換気区間にわたって均一であるとする。

微小時間 dt に断面①からの汚染物質流入量は

$$CAVdt \quad (1)$$

であり、断面②から流出する汚染物質は

$$(C + dC)A(V + dV)dt \quad (2)$$

となる。また、この区間内での発生および排気による汚染物質の増加は、単位長さ単位時間当たりのばい煙発生量を線源と考えて ω と置くと (付録 A で線源の説明を加えている)

$$(\omega - Cq_e)dxdt \quad (3)$$

である。式 (1), (2), (3) を加え合わせたものが、微小時間 dt における汚染物質増加量となるため、この区間の濃度上昇率は

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \frac{\partial C}{\partial x} - C \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{q_e}{A} C + \frac{\omega}{A} \quad (4)$$

を得る。いま、定常であることを仮定すると、濃度 C は場所 x のみの関数となるので、送気・排気による縦流風速の x 方向変化率が

$$\frac{dV}{dx} = \frac{q_b - q_e}{A} \quad (5)$$

であることを考慮すると、式 (4) から

$$V \frac{dC}{dx} + \frac{q_b}{A} C - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (6)$$

のように C に関する 1 階常微分方程式となる。式 (5) を x で積分すると、入り口速度を V_0 として、

$$V(x) = V_0 + \frac{q_b - q_e}{A} x \quad (7)$$

のように、 V は x の 1 次関数で表される。ここに、 q_b , q_e はそれぞれ単位長さ、単位時間当たりの送気風量、排気風量で、同一換気区間内で一定であるとし、 $q_b \geq 0$, $q_e \geq 0$ である。

3 換気方式ごとの速度分布、濃度分布

トンネルの換気は、トンネル軸方向に車道空間を流れる空気によって行う縦流換気方式に加えて、送気風量 q_b [$\text{m}^3/\text{m}\cdot\text{s}$] および排気風量 q_e [$\text{m}^3/\text{m}\cdot\text{s}$] の有無によりさまざまな換気方式が存在する。本章では定常を仮定してあらゆる換気方程式に対する濃度分布の解析方法を述べることにする。

得られた解析解に対して、代表的なケースについて計算例を示す。計算に用いたパラメータのうち共通のものを表 1 に示す。それ以外のパラメータは各々の計算例に付随する場所に置く。

パラメータ	単位	値
トンネル延長 L	m	2000
トンネル断面積 A	m^2	50
交通量 N	台/h	2000
車両の走行速度 V_t	km/h	80
一酸化炭素の排出量 μ	$\text{m}^3/\text{台}\cdot\text{km}$	0.005

表 1 共通パラメータ

3.1 縦流換気方式

縦流換気においては $q_b = q_e = 0$ なので、式 (7) より車道内風速はいたるところで $V = V_0 = \text{const.}$ となるので式 (6) から

$$V_0 \frac{dC}{dx} - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (8)$$

を得る。式 (8) を解くと、 d を定数として

$$C = \frac{\omega}{AV_0} x + d \quad (9)$$

のように一般解を得る。

3.1.1 $V_0 > 0$ の場合

$V_0 > 0$ のときは、トンネル入り口 ($x = 0$) で濃度 $C = 0$ の境界条件を式 (9) に代入すると、積分定数は $d = 0$ となり、

$$C = \frac{\omega}{AV_0}x \quad (10)$$

直線的な濃度勾配を持ち、出口濃度は $\omega L/AV_0$ である。表 2 に示すパラメータに対する計算例を図 2 に示す。同図で横軸はトンネル延長方向の x 座標、縦軸 (左) は濃度、縦軸 (右) は風速を表している。 $V_0 = 4\text{m/s}$ で一定値をとり、

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	4
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	4

表 2 縦流換気方式で用いたパラメータ

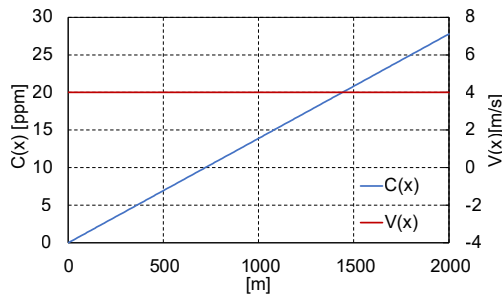


図 2 縦流換気方式の濃度分布の計算例

濃度は入口から出口に向けて直線状に上昇していることが確認できる。

3.1.2 $V_0 < 0$ の場合

$V_0 < 0$ のときには、 $x = L$ において $C = 0$ の境界条件を式 (9) に入れることで $d = -\omega L/AV_0$ となるので、

$$C = \frac{\omega}{AV_0}(x - L) \quad (11)$$

となる。濃度分布は前項 3.1.1 とは左右が逆となる。

3.2 横流換気方式

$q_b = q_e > 0$ である換気方式を横流換気方式と呼ぶ。このとき式 (7) により車道内風速は x 方向に変化せず、 $V = V_0 = \text{const.}$ であるので、式 (6) より濃度の方程式は

$$V_0 \frac{dC}{dx} + \frac{q_b}{A}C - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (12)$$

これを変数分離で解くと、微分方程式 (12) の一般解は d を正の定数として、

$$\left| C - \frac{\omega}{q_b} \right| = d e^{-\frac{q_b}{AV_0}x} \quad (13)$$

ようになる。ここで、もし $C > \omega/q_b$ の境界条件が与えられたときには、すべての場所で $C > \omega/q_b$ となることがわかる。実際の現象としてはこのような状況は考えにくく、 $C < \omega/q_b$ の場合のみを考えておけばよいので、微分方程式 (12) の一般解は、 d を正の定数として、

$$C = \frac{\omega}{q_b} - d e^{-\frac{q_b}{AV_0}x} \quad (14)$$

であると考えることができる。

3.2.1 $V_0 > 0$ の場合

$V_0 > 0$ の場合は、 $x = 0$ において $C = 0$ の境界条件のもとで

$$d = \frac{\omega}{q_b} \quad (15)$$

となり、特殊解

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left(1 - e^{-\frac{q_b}{AV_0}x} \right) \quad (16)$$

が得られる。表 3 のパラメータのもとで計算すると図 3 の

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	2
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0.1
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.1
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	2

表 3 横流換気方式で用いたパラメータ

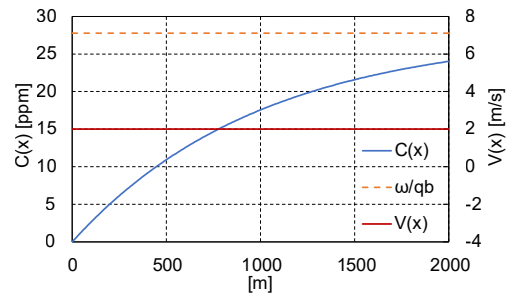


図 3 横流換気方式の濃度分布計算例

ようになる。濃度が最終値 ω/q_b に漸近する様子がわかる。

3.2.2 $V_0 < 0$ の場合

$V_0 < 0$ のときは、境界条件を $x = L$ で $C = 0$ と置けば

$$d = \frac{\omega}{q_b} e^{\frac{q_b}{AV_0}L} \quad (17)$$

となり、特殊解

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left\{ 1 - e^{\frac{q_b}{AV_0}(L-x)} \right\} \quad (18)$$

が得られる。入口に向かって濃度が増加し、 $C = \omega/q_b$ に漸近する。

3.2.3 $V_0 = 0$ の場合

この場合は基礎式 (12) の左辺第 1 項が存在しないことから、

$$C = \frac{\omega}{q_b} \quad (19)$$

となり、濃度はいたるところ一定となる。

3.3 送気半横流換気方式

送気半横流式換気においては、 $q_b > 0$ 、 $q_e = 0$ を想定するので、式 (6) は

$$V \frac{dC}{dx} + \frac{q_b}{A} C - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (20)$$

となる。ここに

$$V(x) = V_0 + \frac{q_b}{A} x \quad (21)$$

これを変数分離で解くと、微分方程式 (20) 一般解は d を正の定数として、

$$\left| C - \frac{\omega}{q_b} \right| = \frac{d}{|V|} \quad (22)$$

が得られる。ここで、3.2 節で述べたと同様の理由で、 $C < \omega/q_b$ の場合のみを考えておけばよいので、微分方程式 (20) の一般解は

$$C = \frac{\omega}{q_b} - \frac{d}{|V|} \quad (23)$$

であることがわかる。

3.3.1 $V_0 > 0$ の場合

送気半横流式換気では $q_b > 0$ 、 $q_e = 0$ であるから、入口流速を V_0 とするとき、任意の場所 x における風速は式 (21) であり、したがって出口の風速は

$$V_e = V_0 + \frac{q_b L}{A} > 0 \quad (24)$$

となり、トンネル内ではいたるところで $V > 0$ である。

境界条件 $x = 0$ で $C = 0$ とすると、式 (23) より

$$d = -\frac{\omega V_0}{q_b} \quad (25)$$

となり、特殊解は

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left(1 - \frac{V_0}{V} \right) \quad (26)$$

出口での濃度は

$$C(L) = \frac{\omega L}{V_e A} \quad (27)$$

である。表 4 に示すパラメータで計算した結果を図 4 に示す。出口に向かって緩やかに ω/q_b に漸近している。

3.3.2 $V_0 < 0$ 、 $V_e > 0$ の場合

この場合には入口、出口ともに縦流風が流出している状況である。したがって、どちらの坑口も境界条件を与えないという特殊な状況である。このような場合は別の考察が必要で、説明を 3.6 節に譲る。結論としてはトンネル内の全域で

$$C = \omega/q_b \quad (28)$$

となり一定値である。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	1.2
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0.1
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	5.2

表 4 送気半横流換気方式で用いたパラメータ

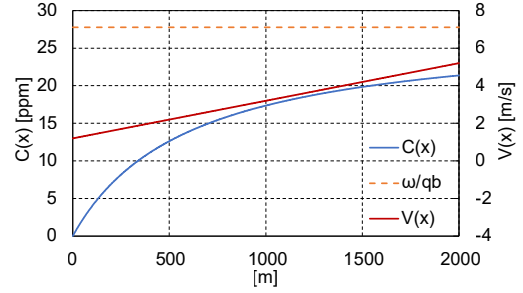


図 4 送気半横流換気方式の濃度分布の計算例

3.3.3 $V_0 < 0$ 、 $V_e < 0$ の場合

一般解 (23) に境界条件 $x = L$ において $C = 0$ を代入すると

$$d = -\frac{\omega V_e}{q_b} \quad (29)$$

を得る。これを式 (23) に代入して、この場合の特殊解は

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left(1 - \frac{V_e}{V} \right) \quad (30)$$

となる。入口において縦流風が流れ出ることとなり、前々項における式 (26) と対称性を有する。入口濃度は式 (30) に $x = 0$ を代入して

$$C(0) = -\frac{\omega L}{V_0 A} \quad (31)$$

を得る。 $(V_0 < 0$ であることに注意)

3.4 排気半横流換気方式

$q_b = 0$ 、 $q_e > 0$ を排気半横流換気方式と呼ぶ。この場合式 (6) は

$$V \frac{dC}{dx} - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (32)$$

となる。このときトンネル内の縦流風速 V を表す式 (7) は

$$V(x) = V_0 - \frac{q_e}{A} x \quad (33)$$

また、出口風速は

$$V_e = V_0 - \frac{q_e L}{A} \quad (34)$$

である。式 (32) は直接積分することが可能で、一般解は d を定数として

$$C = -\frac{\omega}{q_e} \log |V| + d \quad (35)$$

入口風速 V_0 および出口風速 V_e の符号により場合分けして考える。

3.4.1 $V_0 > 0, V_e > 0$ の場合

$V(0) \equiv V_0 > 0, V(L) \equiv V_e > 0$ の場合 $x = 0$ で $C = 0$ の境界条件が成り立つので

$$d = \frac{\omega}{q_e} \log V_0 \quad (36)$$

となり、特殊解は

$$C = \frac{\omega}{q_e} \log \frac{V_0}{V} \quad (37)$$

となる。表 5 に示すパラメータで計算した結果を図 5 に示す。この場合には、縦流風速が 0 になる中性点はトンネル出口の外で ($x_n = 2167\text{m}$)、出口に向かって濃度が上昇していく様子が見られる。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	6.5
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.15
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	0.5

表 5 排気半横流換気方式で用いたパラメータ (中性点なし)

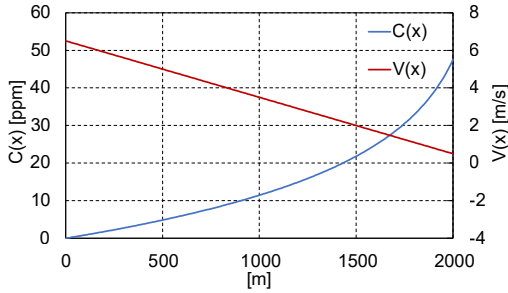


図 5 排気半横流換気方式の濃度分布計算例 (1)

3.4.2 $V_0 < 0, V_e < 0$ の場合

$V(0) \equiv V_0 < 0, V(L) \equiv V_e < 0$ の場合 $x = 0$ で $C = 0$ の境界条件が成り立つので

$$d = \frac{\omega}{q_e} \log(-V_e) \quad (38)$$

となり、特殊解は

$$C = \frac{\omega}{q_e} \log \frac{V_e}{V} \quad (39)$$

を得る。

3.4.3 $V_0 > 0, V_e < 0$ の場合

この場合は中性点 $x_n = AV_0/q_e$ がトンネル内に存在する。入口から中性点まで ($0 \leq x < x_n$) の範囲では $V > 0$ であり、入口から換気風が流入するので、 $x = 0$ において $C(0) = 0$ である。したがって 3.4.1 項と同じになり、濃度分布は

$$C = \frac{\omega}{q_e} \log \frac{V_0}{V} \quad \text{for } 0 \leq x < x_n \quad (37)$$

である。また、中性点から出口まで ($x_n < x \leq L$) の部分については 3.4.2 項と同様に、 $x = L$ で $C(L) = 0$ の条件から、濃度分布は

$$C = \frac{\omega}{q_e} \log \frac{V_e}{V} \quad \text{for } x_n < x \leq L \quad (39)$$

となる。

表 6 に示すパラメータで計算した結果を図 6 に示す。中性点位置 ($x_n = 1333\text{m}$) において濃度が上昇している様子がわかる。理論的には式 (37), (39) より、この点で濃度は無限大になる。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	4
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.15
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	-2

表 6 排気半横流換気方式で用いたパラメータ (中性点あり)

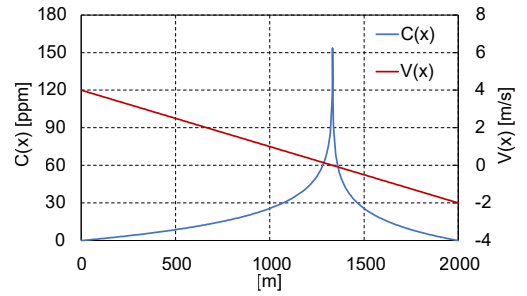


図 6 排気半横流換気方式の濃度分布の計算例 (2)

3.5 排気傾向、送気傾向横流換気方式

$q_e > q_b > 0$ の場合を排気傾向横流、 $q_b > q_e > 0$ の場合を送気傾向横流と呼んでいる (いずれも $q_b \neq q_e$ とする)。これらの場合は式 (6) をそのまま使用することとなり、

$$V \frac{dC}{dx} + \frac{q_b}{A} C - \frac{\omega}{A} = 0 \quad (6)$$

トンネル内の縦流風速は

$$V(x) = V_0 + \frac{q_b - q_e}{A} x \quad (7)$$

であり、出口速度は

$$V_e = V_0 + \frac{(q_b - q_e)L}{A} \quad (40)$$

である。微分方程式 (6) の一般解は変数分離で積分することにより、 d を正の定数として、

$$\left| C - \frac{\omega}{q_b} \right| = d |V|^{-\frac{q_b}{q_b - q_e}} \quad (41)$$

ここで、3.2 節で述べたのと同じ理由で $C < \omega/q_b$ の場合のみを考えればよい。よって一般解は

$$C = \frac{\omega}{q_b} - d |V|^{-\frac{q_b}{q_b - q_e}} \quad (42)$$

となる。

3.5.1 $V_0 > 0, V_e > 0$ の場合

境界条件 $x = 0$ で $C = 0$ とすると、式 (42) より

$$d = \frac{\omega}{q_b} V_0^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \quad (43)$$

となり、特殊解は

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left\{ 1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \right\} \quad (44)$$

となる。

送気傾向横流で、通り抜けがある ($V_0 > 0, V_e > 0$) 場合について表 7 のもとで計算した結果を図 7 に示す。送気風量に比べて排気風量が約半分であり、濃度分布は横流のそれに似た形状である。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	2
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0.15
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.08
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	10

表 7 送気傾向横流換気方式で用いたパラメータ (通り抜け)

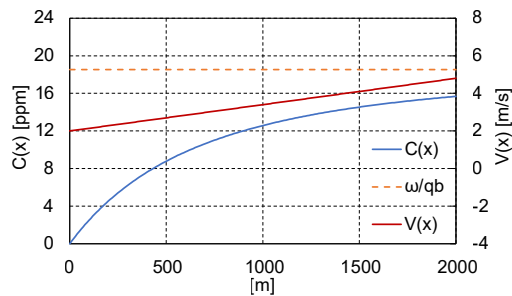


図 7 送気傾向横流換気方式の濃度分布の計算例

3.5.2 $V_0 < 0, V_e < 0$ の場合

この場合には出口 $x = L$ で $C = 0$ となるので、

$$d = \frac{\omega}{q_b} (-V_e)^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \quad (45)$$

であり、これを一般解 (42) に代入すると、特殊解

$$C = \frac{\omega}{q_b} \left\{ 1 - \left(\frac{V_e}{V} \right)^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \right\} \quad (46)$$

を得る。

3.5.3 $V_0 > 0, V_e < 0$ の場合

これは排気傾向の場合にのみ起こりうる。そして、縦流風速が 0 になる点、すなわち中性点 $x_n \equiv AV_0/(q_e - q_b)$ がトンネル内に存在する。この場合には、3.5.1 項と 3.5.2 項

の結果を踏まえて特殊解

$$C = \begin{cases} \frac{\omega}{q_b} \left\{ 1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \right\} & \text{for } 0 \leq x \leq x_n \\ \frac{\omega}{q_b} \left\{ 1 - \left(\frac{V_e}{V} \right)^{\frac{q_b}{q_b - q_e}} \right\} & \text{for } x_n < x \leq L \end{cases} \quad (47)$$

を得る。

表 8 のパラメータによる計算例を図 8 に示す。このケースでは送気風量が少ない (排気風量の 1/7.5) ため、排気半横流のように中性点 ($x_n = 1538\text{m}$) で濃度が上昇しているが、排気半横流のように無限大にはならず、 ω/q_b の値になる。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	4
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0.02
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.15
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	-1.2

表 8 排気傾向横流換気方式で用いたパラメータ (送気が小さい場合)

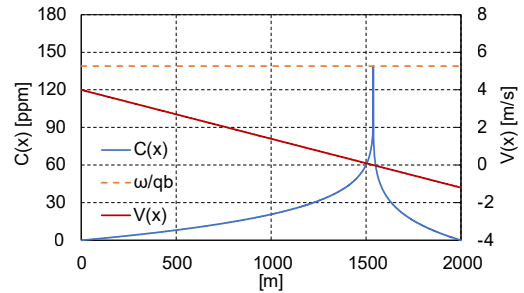


図 8 排気傾向横流換気方式の濃度分布の計算例 (1)

一方、排気傾向横流でも、送気風量が排気風量に近い場合、すなわち表 9 に示すパラメータでは、結果は図 9 のようになる。中性点 ($x_n = 1500\text{m}$) で濃度が ω/q_b の値に接するような上に凸な曲線になり、図 8 との明確な違いが見られる点が興味深い。

パラメータ	単位	値
トンネル入口での縦流風速 V_0	m/s	1.2
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_b	m ³ /m·s	0.11
単位長さ単位時間当たりの送気風量 q_e	m ³ /m·s	0.15
トンネル出口での縦流風速 V_e	m/s	-0.4

表 9 排気傾向横流換気方式で用いたパラメータ (送気が排気に近い場合)

3.5.4 $V_0 < 0, V_e > 0$ の場合

これは送気傾向横流において発生しうるケースであり、

$$C = \frac{\omega}{q_b} \quad (48)$$

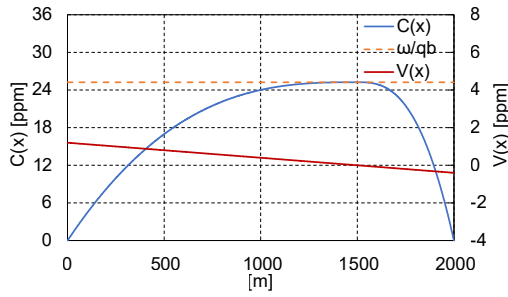


図 9 排気傾向横流換気方式の濃度分布の計算例 (2)

となり、トンネル内のいたるところで一定の濃度となる。その理由については別途説明が必要で、3.6 節で述べる。

3.6 両坑口から流出がある場合

これまでに述べたさまざまな換気方式における入口・出口における縦流の風向ごとのケースのうち、送気半横流換気方式における 3.3.2 項と送気傾向横流換気方式における 3.5.3 項で述べたケースは、他のケースにおけるように入口／出口のいずれにおいても境界条件を与えることができない。そこで、以下の考察を行う。

第 2 で導いた拡散の無い非定常の濃度についての微分方程式 (49) に風速の式 (7) を代入した

$$\left(\frac{q_b - q_e}{A} x + V_0 \right) \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{q_b}{A} C - \frac{\omega}{A} = -\frac{\partial C}{\partial t} \quad (49)$$

を出発点とする。

条件が $0 > V_0 > -\frac{q_b - q_e}{A} L$ となる場合には、両方の坑口から汚染物質を含んだ縦流風が流れ出る。

トンネル内の場所 x_p での濃度の時間変化 $\frac{dC(x_p, t)}{dt}$ は、式 (49) より、 $V(x) \equiv \left(\frac{q_b - q_e}{A} x + V_0 \right)$ として

$$\frac{dC(x_p, t)}{dt} = -V(x_p) \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_p} - \frac{q_b}{A} \left(C(x_p, t) - \frac{\omega}{q_b} \right) \quad (50)$$

である。

初期 ($t = 0$) の状態がトンネル内に汚染物質が存在していない、すなわち、 $C(x_p, 0) = 0$ である場合には、当然その空間勾配 $\frac{\partial C(x, 0)}{\partial x} \Big|_{x=x_p}$ もゼロである。したがって、右辺の第 1 項 $-V(x_p) \frac{\partial C(x, 0)}{\partial x} \Big|_{x=x_p}$ はゼロとなり¹、濃度の時間発展は右辺の第 2 項で決まることになるので、時間が経過しても $\frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_p} = 0$ 、すなわち平坦な分布が維持され、右辺の第 1 項はゼロのままとなる。

その結果、濃度は、

$$\frac{dC(x_p, t)}{dt} = -\frac{q_b}{A} \left(C(x_p, t) - \frac{\omega}{q_b} \right) \quad (51)$$

¹ 中性点 ($x_n = -\frac{A}{q_e - q_b} V_0$) では、式 (50) の右辺第 1 項の $V(x_n)$ もゼロとなる

に従い²、

$$C(x_p, t) = \left(C_{t=0} - \frac{\omega}{q_b} \right) e^{-\frac{q_b}{A} t} + \frac{\omega}{q_b} \quad (52)$$

のようにトンネル全体で均一に変化して、最終的には ω/q_b に落ち着き変化が止まる： $C(x_p, \infty) = \omega/q_b$ 。

以上より、3.3.2 項と 3.5.3 項のように、トンネルの両坑口から流出が発生するケースにおいては、トンネル内の濃度はいたるところで

$$C = \frac{\omega}{q_b} \quad (53)$$

となることがわかる。

4 まとめ

自動車トンネルの換気において、送気や排気に換気系関するさまざまな組み合わせによる考えらすなわち換気方式に対して、坑口における縦流風速を与えたときの濃度分布の微分方程式を立て、解を得ることができた。解析対象は定常で軸方向拡散の無い現象を扱うこととした。この解に基づき濃度分布を図示した。これにより、換気方式ごとに特徴的な濃度分布が得られることが示された。

横流式、送気半横流式などを見てわかることは、濃度を決めるのは（発生量 ω の他に） q_b であって、 q_e は濃度を減少させることに貢献しない、ということである。ただし、 q_e は縦流風速に影響を与えるため、結果的に新鮮空気をトンネル内に引き込むなどして希釈効果を生むことはありうる。

換気風が両坑口から流出する場合、つまり送気横流換気方式および送気傾向横流換気方式において中性点がトンネル内に存在する場合は濃度分布の解析に特別な考慮が必要である。3.6 節において濃度 0 からの非定常解析によってトンネル内濃度が ω/q_b で一定となることを示した。

排気半横流式や排気傾向横流換気方式の一部においては中性点（縦流風速が 0 になる点）がトンネル内に存在すると濃度が無限大になる。しかし実際には汚染物質は自動車の走行などのために、トンネル軸方向に拡散現象が生じるために、無限大になることはなく、現実的ではないと排除する必要はない。次報において、拡散のある場合の濃度分布の解析方法を提示し、本報で述べた拡散なしの現象と比較する予定である。

参考文献

- [1] 日本道路協会. 道路トンネル技術基準（換気編）・同解説（平成 20 年改訂版）. 公益社団法人日本道路協会, 2008.
- [2] 矢島裕介, 高橋謙介, 千原隆, 水野明哲. さまざまな換気系をもつ道路トンネルにおける縦流風の運動方程式と圧力分布. 工学院大学研究報告, Vol. 130, pp. 17–25, March 2022.
- [3] 伊吹山四郎. 道路トンネルの換気. 理工学社, 1962.
- [4] クライツィグ（北原訳）. 常微分方程式（原書第 5 版）. 技術者のための高等数学 1. 培風館, 1987.

² 横流換気方式 ($q_b = q_e > 0$) で $V_0 = 0$ の場合と同様

付録 A 線源としての汚染物質発生源

自動車は一台一台が離散的に走行しながら汚染物質を発生している。しかし、これをマクロに見ると、車両は連続的に分布する存在として表すことができる。空間的な交通密度 ρ_t は、単位時間当たりの交通量を N [台/s]、車両の走行速度を V_t [m/s] とするとき、

$$\rho_t = N/V_t \quad [\text{台/m}] \quad (54)$$

で表される。一方、車両一台から発生する汚染物質の排出量 μ は、通常 $[\text{m}^3/(\text{台} \cdot \text{km})]$ の単位で表されるが、ここでは $[\text{m}^3/(\text{台} \cdot \text{m})]$ の単位で表すと、車両一台あたり、単位時間当たりの排出量は μV_t $[\text{m}^3/\text{台} \cdot \text{s}]$ となる。

以上より、車両から発生する汚染物質の発生源を、固定した線源と考えるなら、単位長さ単位時間当たりの発生量 ω は

$$\omega = (N/V_t)(\mu V_t) = N\mu \quad [\text{m}^3/\text{m} \cdot \text{s}] \quad (55)$$

である。

付録 B ばい煙濃度の定義

トンネル内は自動車から排出されるばい煙が空気中で散乱することで視認性が阻害される。これを表す指標として透過率の概念が用いられる。投光器と受光器が距離 l の間隔で設置されていて、清浄な空気のもとで受光器が示す照度を I_0 、ある濃度のばい煙が存在するときの照度を I とするとき、透過率 τ は

$$\tau = \frac{I}{I_0} \quad (56)$$

で定義される。透過率を、測定距離 l の関数 $\tau = \tau(l)$ とするとき、異なる距離 l_1, l_2 に対する透過率 $\tau(l_1)$ と $\tau(l_2)$ の間には、

$$\tau(l_1 + l_2) = \tau(l_1)\tau(l_2) \quad (57)$$

となることは容易に理解できる。この関係から透過率は距離の指数関数であることがわかる。すなわち、正の定数を k として、

$$\tau = e^{-kl} \quad (58)$$

のように書くことができる。ここで k は、ランベルト・ベールの法則 (Lambert-Beer law) により、ばい煙の濃度に比例する量と考えることができる。そこで、

$$\tau = e^{-Cl} \quad \text{あるいは} \quad C = -\frac{1}{l} \log \frac{I}{I_0} \quad (59)$$

とすると、 C は光学濃度または吸光濃度と呼ばれる。

これらの式からわかるように、光学濃度 C は、 $[1/\text{m}]$ の単位を持つ。一酸化炭素濃度が無次元であることに對して、ばい煙濃度が $[1/\text{m}]$ の単位を持つことを考慮すれば、濃度の方程式 (6) 以下の関係式はまったく同様に使えることとなる。異なる単位を持つ物理量に対して同じ変数 C を用いること、および同じ微分方程式で論じることが乱暴なことのように受け止める読者もおられるかもしれないが、体積濃度、質量濃度、光学濃度など、単位が異なる濃度に対して、同様の対流や希釈現象を受けることを考えると、特段の問題は生じないものと考えている。

ばい煙濃度は環境問題を論じるときには単位体積中の質量で表されることが一般的であるが、トンネル換気を考える上では「視認性」が重要であり、上記の光学濃度を使うことが多い。

以上のように定義されたばい煙の光学濃度は、平常時の視認性についても、火災時の煙の濃度についても同様に適用される。通常換気における許容透過率は $l=100\text{m}$ に対して定義され、速度により $\tau=40\%$ から 60% のように使われ、火災時における煙濃度も同じ定義のもとで $C=0.1$ とか 0.4 などの値で使われる。