

分数の魔方陣について

動機

もともとパズルが好きで魔方陣のことも知っていたので、それについて調べていくうちに魔方陣にもいろいろな種類があることがわかり、分数や無理数でも魔方陣が作れるのかが気になったので調べてみようと思いました。

方法

今回は分母を変えて、エジプト式分数のみに限定して調べることにします。分母がすべて一緒だと簡単にできてしまうので、今回は分母を変えてエジプト式分数で分母は分母を偶数のみで考えていこうと思います。

実験

今回は分母を 2, 4, 6, 8, 12 の 5 つにして調べる。3×3 の魔方陣について調べるので $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}$ の中から 3 つを選ぶ組み合わせは重複組み合わせを使って考えると、35 通りとわかります。よってこの 35 通りの和を全部書き出してみます。

組み合わせ→和

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{3}{2} \\ & \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{3}{4} \\ & \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \\ & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{3}{8} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{11}{12} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{7}{8} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{19}{24} \\ & \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{13}{24} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{5}{2} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{7}{6} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{17}{24} \\ & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{7}{12} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}\right) \rightarrow \frac{1}{4} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{5}{6} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{1}{3} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{7}{24} \end{aligned}$$

組み合わせ→和

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{9}{8} \\ & \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow 1 \\ & \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{2}{3} \\ & \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{5}{8} \\ & \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{5}{6} \\ & \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{7}{12} \\ & \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{11}{24} \\ & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{3}{4} \\ & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \\ & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{5}{12} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{17}{24} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{7}{12} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{11}{24} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{5}{12} \end{aligned}$$

SS 数学 大槻歌凜

組み合わせ→和

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{13}{12} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{5}{6} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{3}{4} \end{aligned}$$

組み合わせ→和

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{3}{8} \\ & \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \rightarrow \frac{1}{3} \end{aligned}$$

結果・考察

実験①、②で出した組み合わせの和の中にたくさんの表し方がある和の数はなかった。

何通りで表せたか↓

2 通り	$\frac{1253}{33682424}$
3 通り	$\frac{1357}{241212}$

3×3 の魔方陣を作るには 8 通りの表し方がある数ではないといけませんが、今回調べたものだと最大でも 3 通りしかなかったので、全然足りないということが分かった。

今後の展望

- 各マスに入る文字を a~i の文字において、数線型方程式で Excel を使って解いてみるのもいいのではないかとこの方法があると知ったので線型方程式について勉強する。
- 線型方程式での方法と同時に別の方法も試す。(今考えているのは一列の合計を先に決めてからそれぞれのマスの数字を決める方法と真ん中の数を決めてからまわりの 8 つの数を決める方法の二つ)

参考文献

著:細矢 治夫 『四角形の七不思議 いちばん身近な図形の深遠な世界』 2021 年 新書

[魔方陣 \(daido-it.ac.jp\)](http://daido-it.ac.jp)