

走行時の自転車に作用する力の研究

水越 魁*1, 湯本 裕也*2, 西村 一仁*3

Research on Forces Acting on Bicycles During Riding

Kai MIZUKOSHI*1, Yuya YUMOTO*2, Kazuhito NISHIMURA*3

Abstract

A bicycle appears unstable because it is in contact with the road surface at two points, but it is stable when it is in motion. It has not been quantitatively determined how multiple forces act on the independent stability of a bicycle. This is because this stability is the result of several effects. This section describes each of the effects involved in stability. The gyro effect, one of these effects, is described in terms of the precession and gyro-moment of the gyro effect acting on the frame. The dimensions of a bicycle were actually measured, which were necessary for the analysis of the gyroscopic effect of a bicycle. Then, the moment of inertia of the wheel was measured from the measured dimensions. Next, the gyro moment applied to the wheel was measured. Finally, the moment due to the dead weight of the wheel on which the weights were suspended was calculated. From the results, a comparison between the gyro moment and the moment due to the dead weight is summarised. Next, the gyroscopic effect acting on the bicycle is discussed. A comparison of the experimentally determined moment of inertia and the calculated moment of inertia is also made, and a discussion of the error is summarised.

Keywords: Bicycle, Forces, Gyro-Moment

1. 緒言

自転車は、子供から大人まで簡単に使うことが出来る手軽で便利な交通手段である。自転車は、フロントとリアの2つのタイヤで路面に接触しているので不安定である。しかし自転車は低速で走行しているだけ安定して走行できる。その理由は、いくつかの力が作用しているからである。具体的には、ジャイロ効果や傾いたときに自動でハンドルが回転する前輪系の重量効果、ハンドルの回転を戻そうとするトレール効果、旋回時に発生するキャンバースラストなどがある。

自転車の操作方法の安定する理由は定性的に求められている。だが自転車の複雑な機械的原理が明らかにされず、自転車が直立した状態を維持できる理由がこれまで十分に説明されていない。そして、自転車の操作方法や安定するために、力がどのような力が掛かり安定

性を成立しているのかは、定量的には求められていない。

本研究の目的は、自転車に掛かるジャイロ効果の力の解析を行い、自転車の自立安定性にどのように作用するのか求めることである。

2. 研究理論

ジャイロ効果は次の性質を指す。3の性質は歳差運動によって生じる。

1. 外部からモーメントが加わらないかぎり回転軸の方向を保つ性質
2. スピンの角運動量が大きいほど姿勢を変えにくい性質
3. 回転軸に外部からモーメントを加えると、加えたモーメントの軸及び自転軸と直交する軸について振れ回り運動する性質¹⁾

コマの場合、自転しているコマが少し傾けて置くと、一定の角速度の場合、鉛直軸と一定の角度を保ちながら中心軸のまわりを旋回する。この運動を歳差運動とい

*1 工学院大学大学院機械工学専攻修士課程

*2 工学院大学工学部機械工学科

*3 工学院大学工学部機械工学科教授

う.

次に歳差運動の角速度を求める.

初めに回転運動の基本方程式は,

$$\frac{dL}{dt} = N \quad (1)$$

L : コマの回転の角運動量[N・m/s]

N : コマに働くモーメント[N・m]

である.

左辺の角運動量はコマの自転軸の方向を向く. そして角運動量は次式で表すことができる.

$$L = I\omega \quad (2)$$

I : コマの慣性モーメント[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

ω : コマの自転の角速度[rad/s]

そして, 自重による力のモーメントであるので, N は次式で表すことができる.

$$N = Mgl\sin\theta \quad (3)$$

自重による力のモーメントが掛かることにより, コマの角運動量の向き変化する.

コマの角運動量は, z 軸周りを半径 $L\sin\theta$ で円運動する. この時の角速度を Ω とすると, 微小時間 dt の間の角運動量の変化は, 次式で表すことができる.

$$dL = L\sin\theta\Omega dt \quad (4)$$

円の半径, 円弧, 中心角の関係より

$$L\sin\theta \cdot \Omega dt = N dt \quad (5)$$

$$L\sin\theta \cdot \Omega dt = Mgl\sin\theta dt \quad (6)$$

したがって, 歳差運動の角速度は,

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{Mgl}{L} \\ &= \frac{Mgl}{I\omega} \end{aligned} \quad (7)$$

そして, ジャイロモーメントの式は

$$N_G = I\omega\Omega = Mgl \quad (8)$$

3. 実験方法及び結果

3.1 慣性モーメントの測定

3.1.1 実験方法

表 1 に自転車の各部の寸法の測定値を示す.

表 1 車輪の寸法

車輪の重量[kg]	2.10
車輪のリム内径[m]	0.29
車輪の直径[m]	0.33
歳差運動の中心軸までの距離[m]	0.083
歳差運動の中心から錘までの距離[m]	0.18

車輪の慣性モーメントを測定するために次 1~3 の方法で実験をした.

1. 車輪の一端を掛けて吊るした.
2. 左右に振り子のように動かした.
3. 一回当たりの往復する時間を測定した. この時間の測定を計 15 回行い, 平均の時間を求めた.



図 1 慣性モーメントの測定

3.1.2 実験結果

表 2 に往復時間の測定結果を示す.

表 2 往復時間の測定結果

回数	往復時間[s]
1	1.5
2	1.5
3	1.4
4	1.5
5	1.4
6	1.4
7	1.5
8	1.5
9	1.4
10	1.4
11	1.4
12	1.4
13	1.4
14	1.5
15	1.8
平均	1.5

表2より車輪の重心周りの慣性モーメントは次式のよ
うに算出できる。

$$I = \frac{T^2}{4\pi^2} Mgh \approx 0.34$$

$$I_G = I - Mh^2 \approx 0.16$$

3.2 ジャイロモーメントの測定

3.2.1 実験方法

車輪に掛かるジャイロモーメントを次の1~10の方法
で測定した。

1. 図車輪の中心軸に紐をつなぎ車輪を空中に吊
るした
2. 車輪を回転させる
3. 回転させると車輪は歳差運動する
4. 歳差運動している車輪の動画を撮影する
5. 歳差運動の一回転あたりの時間とその時の車
輪の回転時間を計測する
6. 4 から測定した時間から車輪の角速度 ω と歳
差運動による角速度 Ω を計算する
7. 5 から求めた角速度からジャイロモーメント
を求める
8. 車軸の片方に重さ 0.5kg の錘をつるし、2~6
の実験を行った
9. 車軸の片方に重さ 1kg の錘をつるし、2~6
の実験を行った
10. 車軸の片方に重さ 1.5kg の錘をつるし、2~6
の実験を行った



図2 車輪に500gの錘を吊りした

3.2.3 実験結果

導き出した各錘のジャイロモーメントのグラフを図3
に示す。

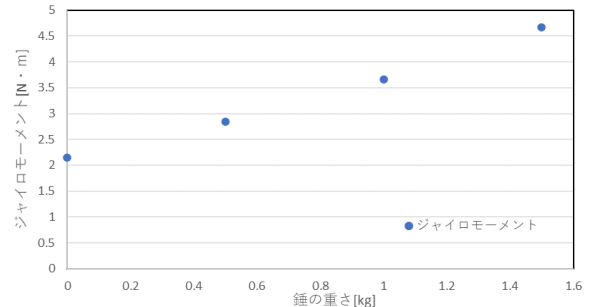


図3 各錘のジャイロモーメントの関係

錘の重さが重くなるほどジャイロモーメントが大きく
なる結果が得られた。

次に、車輪の速度とジャイロモーメントの関係のグラ
フを図4に示す。

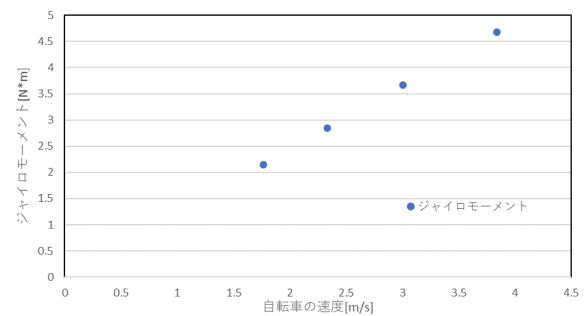


図4 同じ歳差運動の速度についての自転車の速度と
ジャイロモーメントの関係

図4の結果より車輪の角速度が大きくなるとそれに比
例してジャイロモーメントが大きくなることが分かった。

4. 結論及び考察

4.1 車輪のジャイロモーメントと自重によるモーメン トの比較

車輪に作用するモーメントについて錘を用いて求
め、結果を図5に示す。

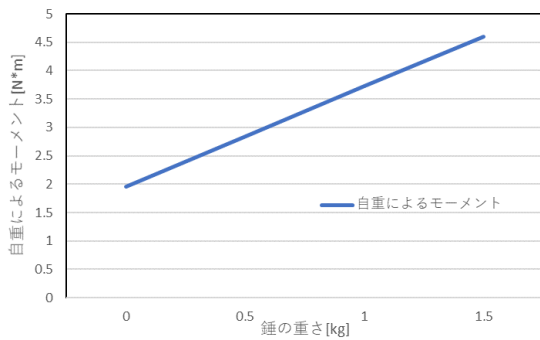


図5 各錘の自重によるモーメント

また車輪に作用するモーメントとジャイロモーメントの関係を図6に示す。

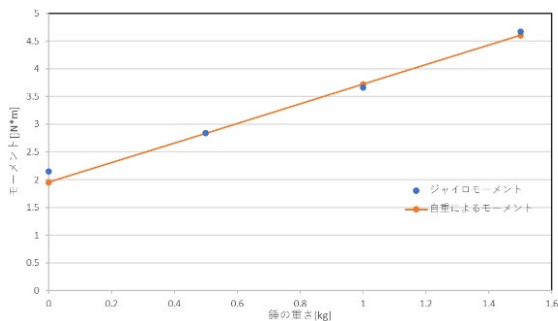


図6 ジャイロモーメントと自重によるモーメントの関係

図6より車輪のジャイロモーメントと自重によるモーメントがおおよそ一致している結果が得られた。これにより車輪が回転していないときは、自重によるモーメントにより倒れるが、車輪が回転しているときは、ジャイロモーメントの作用により倒れずにいられる結果がえられたと考えられる。

4.2 不安定時の自転車にかかるジャイロ効果の考察

車輪の角速度から自転車の走行速度に変換すると

$$v = R\omega \quad (9)$$

$$\approx 1.8$$

v :自転車の走行速度[m/s]

ω :車輪の角速度[rad/s]

R :車輪の半径[m]

この計算結果より、自転車が1.8[m/s]で走行している時、横風やバランスが崩れたことにより、角速度2.5[rad/s]でハンドルが切れ、自転車には、2.1[N·m]のジャイロモーメントが作用すると考えられる。これにより自転車が走行していれば、横風などによりバランスが崩れていても倒れずに走行できると考えられる。

4.3 慣性モーメントの測定における考察

車輪の慣性モーメントの計算値は、 $I = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$ と表すことが出来るので、慣性モーメントは測定した車輪の寸法を式に代入して、

$$I = \frac{1}{2} * 2.1 * (0.28^2 + 0.33^2) \approx 0.20$$

この計算結果と計測した慣性モーメントの測定値を比較すると

$$0.20 - 0.16 = 0.04$$

の差が生じている。

実験した慣性モーメントの値が計算値と0.04の差が発生している理由は、計算値は車輪のフレームの部分の空洞とみなし、車輪を中空円板として計算したが、実際はシャフトやベアリングの重量はあるので、それにより理論値の慣性モーメントが増加したと考えられる。

また実験では車輪を円柱で吊している部分の摩擦により一回当たりの往復時間が短くなった。それにより実験値の慣性モーメントの値が小さくなったと考えられる。

5. 結言

車輪に作用するジャイロモーメントを解析するために慣性モーメントの測定を行った。次に車輪に掛かるジャイロモーメントの測定を車輪の角速度の計測によって行いジャイロモーメントについて求めた。その結果、錘が重くなるほどジャイロモーメントが大きくなった。そして、車輪の回転速度が大きくなるほど、ジャイロモーメントも大きくなる結果が得られた。

また錘を吊した車輪の自重によるモーメントの計算を行った。そしてその結果より、ジャイロモーメントと自重によるモーメントの比較を行った。その結果、ジャイロモーメントと自重によるモーメントはおおよそ一致する結果が得られた。

以上の結果から横風などにより自転車が傾いたとき、傾いた方向にハンドル切れる。車輪には角速度 ω が生じる。これにより自転車にはジャイロ効果が発生するので、自転車が傾こうとする力が打ち消されることにより出来ると考えられる。これにより自転車の自立安定性が保たれる。

6. 参考文献

- 1) 益子優太郎「ジャイロ効果が物体に与える影響」 (2022/1/11 閲覧)